

Объяснение задания 26

26-е задание характеризуется, как задание высокого уровня сложности, время выполнения – примерно 30 минут

ТЕОРИЯ ИГР. ПОИСК ВЫИГРЫШНОЙ СТРАТЕГИИ

Для решения 26 задания необходимо вспомнить следующие темы и понятия:

Выигрышная стратегия

- для того чтобы найти выигрышную стратегию в несложных играх, достаточно использовать метод перебора всех возможных вариантов ходов игроков;
- для решения задач 26 задания чаще всего для этого применяется **метод построения деревьев**;
- если от каждого узла дерева отходят две ветви, т.е. возможные варианты хода, то такое дерево называется **двоичным** (если из каждой позиции есть три варианта продолжения, дерево будет троичным);

Выигрышные и проигрышные позиции

- все позиции в простых играх делятся на выигрышные и проигрышные
- **выигрышная позиция** – это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, обязательно выиграет при любых действиях соперника, если не допустит ошибки; при этом говорят, что у данного игрока есть **выигрышная стратегия** – алгоритм выбора очередного хода, позволяющий ему выиграть
- если игрок, делающий первый ход, находится в **проигрышной позиции**, то он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его оппонент; в этом случае говорят, что у данного игрока **нет выигрышной стратегии**; таким образом, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для оппонента
- выигрышные и проигрышные позиции характеризуются так:
 - позиция, из которой все возможные ходы ведут в выигрышные позиции – **проигрышная**;
 - позиция, из которой хотя бы один из последующих возможных ходов ведет в проигрышную позицию — **выигрышная**, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы **перевести игру в эту проигрышную** (для оппонента) **позицию**.

Кто выиграет при стратегически правильной игре?

- для того, чтобы определить, какой из игроков выиграет при стратегически правильной игре, необходимо ответить на вопросы:

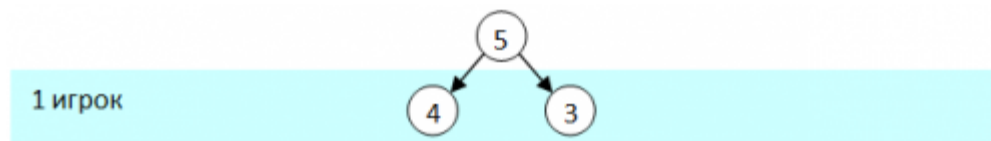
- Может ли какой-либо из игроков выиграть, независимо от ходов других игроков?
- Что должен сделать игрок с выигрышной стратегией первым ходом, чтобы он смог выиграть, независимо от действий ходов игроков?

Рассмотрим пример:

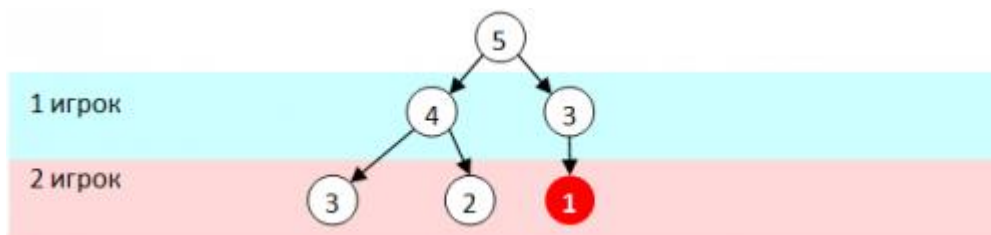
Игра: в кучке лежит 5 спичек; играют два игрока, которые по очереди убирают спички из кучки; условие: за один ход можно убрать 1 или 2 спички; выигрывает тот, кто оставит в кучке 1 спичку

Решение:

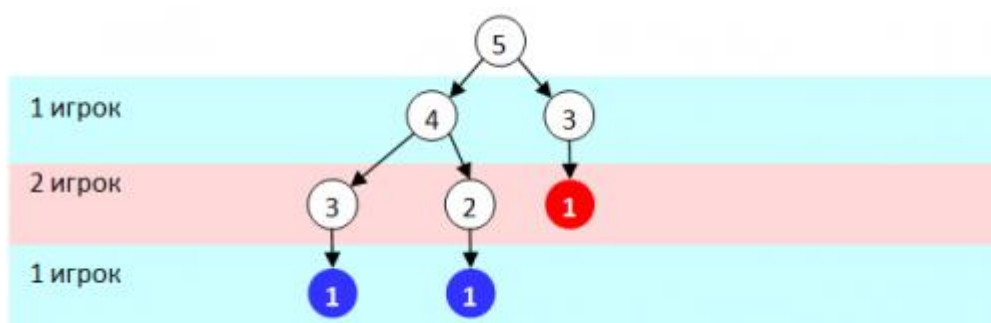
- Будем использовать метод построения дерева. Первый играющий может убрать одну спичку (в этом случае их останется 4) или сразу 2 (останется 3), эти два варианта отобразим при помощи дерева:



- если первый игрок оставил 4 спички, второй может своим ходом оставить 3 или 2; а если после первого хода осталось 3 спички, второй игрок может выиграть, взяв две спички и оставив одну:



- если осталось 3 или 2 спички, то 1-ый игрок (в обеих ситуациях) выигрывает своим ходом:



проанализируем ход игры:

- если первый игрок своим первым ходом взял две спички, то второй сразу выигрывает; если же он взял одну спичку, то своим вторым ходом он может выиграть, независимо от хода второго игрока
- итак, убрав всего одну спичку первым ходом, 1-ый игрок всегда может выиграть на следующем ходу

- тогда как второй игрок не может выиграть, независимо от действий первого: потому что если первый игрок сначала убрал одну спичку, второй всегда проиграет

Ответ: при правильной игре (стратегии игры) выиграет первый игрок; для этого ему достаточно своим первым ходом убрать одну спичку.

Решение 26 заданий ЕГЭ по информатике

Разбор 26 задания ЕГЭ по информатике 2017 года ФИПИ вариант 5 (Крылов С.С., Чуркина Т.Е.):

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, **первый ход делает Паша**. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 14 или 8 камней. У каждого игрока, чтобы сделать ход, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее **28**. Если при этом в куче осталось не более **44** камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 23 камня, и Паша удвоит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 27$.

Задание 1

- а) При каких значениях числа S Паша может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Паши.
б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 26, 25, 24$? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

Задание 2

- У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 13, 12$? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

Задание 3

- У кого из игроков есть выигрышная стратегия при $S = 11$? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На ребрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

Решение:

1. а) Паша имеет выигрышную стратегию и может выиграть за один ход, если $S=27$, тогда ему достаточно добавить один камень, чтобы игра закончилась при 28 камнях в куче; или если $S = 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22$ ($44/2 = 22$ и $28/2 = 14$, т.е. от 14 до 22), тогда необходимо удвоить количество камней в куче.

б) При $S=26$ выигрышная стратегия у Вали. Паша ходит первым, у него есть возможность удвоить количество камней в куче, и тогда количество камней превысит 44, — выигрывает Валя, либо возможность увеличить количество на один камень, станет 27 камней, следующий ход за Валей — она может положить один камень и выиграть.

При $S=25$ выигрышная стратегия у Паши. Паша ходит первым: удваивать количество камней нет смысла, т.к. количество камней превысит 44, значит Паша добавит один камень, станет 26 камней, следующий ход за Валей, — она может либо добавить камень (станет 27 камней, следующим ходом выиграет Паша) либо удвоить — и сразу проиграть, т.к. станет более 44 камней.

При $S=24$ выигрышная стратегия у Вали. Паша ходит первым: удваивать количество камней нет смысла, т.к. количество камней превысит 44, значит Паша добавит один камень, станет 25 камней, следующий ход за Валей, — она может только добавить один камень (станет 26 камней, следующим ходом Паша оказывается в проигрышной ситуации, см. пункт при $S=26$).

2. При $S=13$ или $S=12$ выигрышная стратегия у Паши. Паша ходит первым: удваивает количество камней и в куче остается 26 камней или 24 камня. Это проигрышная позиция для того, кто ходит (см. п. 1 б), а следующий ход за Валей.
3. При $S=11$ выигрышная стратегия есть у Вали. Паша ходит первым: в куче остается либо 22 камня, либо 12 камней. Обе эти позиции выигрышные для того, кто ходит. При $S=12$ ход игры описан в пункте 2, а при $S=22$ — в пункте 1а.

Дерево возможных партий:

* Для Вали отображены только ходы по стратегии
 ** красный круг означает выигрыш
 *** фиолетовый круг — конец игры (проигрыш)

